

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

FAZA ZONALĂ 2012

CLASA a VIII-a

1. a) Determinați mulțimea  $A = \{x \in \mathbf{Z} \mid \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} \cdot x - \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} \cdot x\}$ .

b) Rezolvați în  $\mathbf{R}$  inecuația:

$$\sqrt{x^2 + 9 - 6x} + |x^2 - x - 6| \leq 0$$

2. a) Determinați numerele  $\overline{abc}$  știind că  $\sqrt{\overline{abc}} = \overline{ab} - \sqrt{c}$

b) Fie  $x, y, z, t$  numere reale strict pozitive. Arătați că:

$$\sqrt{\frac{x}{y+z+t}} + \sqrt{\frac{y}{z+t+x}} + \sqrt{\frac{z}{t+x+y}} + \sqrt{\frac{t}{x+y+z}} > 2.$$

3. Se consideră cubul  $ABCA'B'C'D'$  în care  $AD' \cap A'D = \{O\}$  și punctul  $M$  este mijlocul muchiei  $AB$ .

Demonstrați că :

a)  $MO \parallel (DBB')$

b)  $MO \perp (A'C'D)$

4. Pe planul trapezului  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ) în care  $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$  se duce perpendiculara  $AM$ . - Știind că

$$\frac{AM}{\sqrt{2}} = \frac{AB}{2} = AD = DC = a, \text{ se cere:}$$

a) măsura unghiului format de dreaptaele  $AB$  și  $MC$ ;

b) măsura unghiului format de planele  $(MBC)$  și  $(ACD)$ ;

c) distanța de la punctul  $D$  la planul  $(MBC)$ .

Timp de lucru: 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii; fiecare subiect este notat cu 7 puncte.